

**Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»**

УТВЕРЖДЕНО

**Директор по цифровизации
образования**

Д.И. Гриц

	Рабочая программа дисциплины (модуля)
по дисциплине:	Математика для Финтех: комбинаторика, теория вероятности и математическая статистика
по направлению:	Бизнес-информатика
профиль подготовки:	Финансовые технологии и аналитика центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" центр дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск"
курс:	1
квалификация:	магистр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 30 всего, в том числе:

лекции: 12 час.

семинары: 18 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составили:

Е.А. Савицкая, начальник отдела

О.А. Культепина, методист

Программа обсуждена на заседании центра дополнительного, дополнительного профессионального и онлайн-образования "Пуск" 01.06.2022

Аннотация

В рамках дисциплины «Математика для финтеха» студенты познакомятся с основными понятиями, фактами и методами теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, а также с их возможными приложениями для статистической обработки реальных данных и работе с финансовыми моделями и операциями.

1. Цели и задачи

Цель дисциплины

- овладеть навыками статистического анализа и решения прикладных математических задач для дальнейшего решения профессиональных задач в области финтеха.

Задачи дисциплины

- узнать основные понятия теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, их основные результаты и математические методы анализа;
- научить слушателей применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их адекватного описания и понимания;
- дать навыки решения стандартных задач теории вероятностей, комбинаторики и математической статистики, а также уметь применять основные аналитические инструменты для анализа вероятностных и статистических задач.

2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-17 Способен применять методы системного анализа и моделирования для анализа, совершенствования и проектирования архитектуры предприятия	ПК-17.1 Понимает и использует математические методы для информационно-аналитической поддержки принятия решений
	ПК-17.2 Умеет применить программный инструментарий для изменения архитектуры предприятия

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- основные понятия теории вероятностей и математической статистики;
- математические методы анализа;
- фундаментальные понятия, законы, теории комбинаторной геометрии;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач комбинаторики.

уметь:

- применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их адекватного описания и понимания;
- использовать методы статистического анализа для работы с большими данными в последующих дисциплинах;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач;
- точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- математическим аппаратом для анализа и решения задач;
- навыками решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики;
- основными аналитическими инструментами для анализа вероятностных и статистических задач.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Комбинаторика и теория графов	2	4		15
2	Теория вероятностей	4	4		17
3	Случайные величины	2	4		15
4	Основные понятия математической статистики	2	2		15
5	Проверка статистических гипотез	2	4		13
Итого часов		12	18		75
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 1 (Осенний)

1. Комбинаторика и теория графов

Основные правила комбинаторики: правило сложения, правило умножения. Выборки. Размещения, сочетания, размещения с повторениями, сочетания с повторениями. Биномиальные коэффициенты. Полиномиальные коэффициенты. Формула включений-исключений, ее варианты и примеры применения. Производящие функции. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Числа Фибоначчи. Основные понятия теории графов. Планарные графы. Ориентированные графы. Алгоритмы на графах.

2. Теория вероятностей

Общие понятия теории вероятностей. Теория вероятностей как наука о случайных явлениях. Вероятностное пространство как математическая модель эксперимента со случайными исходами. Дискретное вероятностное пространство (Ω, P) . Простейшие свойства вероятности. Классическая модель вероятностного пространства, основные примеры. Условные вероятности. Формула полной вероятности и формула Байеса.

3. Случайные величины

Случайные величины в дискретных вероятностных пространствах. Распределение случайной величины, основные примеры дискретных распределений случайных величин. Независимость случайных величин. Математическое ожидание случайной величины и его основные свойства. Дисперсия случайной величины, ковариация двух случайных величин. Их основные свойства. Дисперсия суммы независимых случайных величин. Непрерывные случайные величины. Арифметические операции над случайными величинами, взятие пределов и точных верхних/нижних граней у последовательностей случайных величин. Построение математического ожидания в общем случае. Простые случайные величины, определение математического ожидания для них и доказательство его основных свойств. Теорема о математическом ожидании произведения независимых случайных величин. Функция распределения и распределение случайной величины. Формулы подсчета математических ожиданий. Подсчет с помощью рядов в дискретном случае.

4. Основные понятия математической статистики

Основная задача математической статистики. Понятия наблюдения и выборки. Эмпирическое распределение и эмпирическая функция распределения. Параметрическая статистическая модель. Статистики и оценки. Общая идея построения хороших статистик, примеры: выборочные усреднения, порядковые статистики, выборочные квантили. Основные свойства оценок: несмещенность, состоятельность, сильная состоятельность, асимптотическая нормальность. Методы построения оценок. Сравнение оценок, функция потерь и функция риска. Условное математическое ожидание. Доверительные интервалы. Критерии согласия.

5. Проверка статистических гипотез

Проверка статистических гипотез: общие принципы и основные понятия (критерий, уровень значимости, альтернативы, ошибки первого и второго родов, функция мощности). Сравнения критериев: равномерно наиболее мощные критерии. Несмещенность и состоятельность статистического критерия. Лемма Неймана--Пирсона для проверки простых гипотез. Построение с ее помощью наиболее мощных критериев. Семейства с монотонным отношением правдоподобия. Монотонность функции мощности для таких семейств. Теорема о монотонном отношении правдоподобия. Линейные гипотезы в линейной гауссовской модели. F-критерий для проверки линейной гипотезы в гауссовской линейной модели, его свойства. Пример: проверка однородности двух нормальных выборок. Обобщенный (условный) метод наименьших квадратов, вычисление статистики для F-критерия с его помощью. Пример: проверка однородности для k нормальных выборок.

5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Занятия по учебной дисциплине проводятся с использованием дистанционных образовательных технологий.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Mathcad, MATLAB, Maple и др.

6. Перечень рекомендуемой литературы

Основная литература

1. Комбинаторика для программистов [Текст]/В. Липский, -М., Мир, 1988
2. Комбинаторика и теория вероятностей [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / А. М. Райгородский .— Долгопрудный : Интеллект, 2013 .— 104 с.

Дополнительная литература

1. Математическая статистика [Текст] : учеб. пособие для вузов / А. А. Натан, О. Г. Горбачев, С. А. Гуз ; Моск. физико-техн. ин-т (гос. ун-т .— Ксерокопия .— М : МФТИ, 2005 .— 225 с.
2. Дискретный анализ. Комбинаторика. Алгебра логики. Теория графов [Текст] : учеб. пособие для вузов / Ю. И. Журавлев, Ю. А. Флеров, О. С. Федько ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т .— М. : МФТИ, 2012 .— 248 с.

7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

mathnet.ru

8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Яндекс.Диск
Zoom
Google Drive

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий дисциплину, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

В результате изучения дисциплины студент должен знать основные определения дисциплины, уметь применять полученные знания для решения различных задач.

Успешное освоение курса требует:

- посещения всех занятий, предусмотренных учебным планом по дисциплине;
- ведения конспекта занятий;
- напряжённой самостоятельной работы студента.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала, подготовку ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения;
- решение задач, предлагаемых студентам на занятиях;
- подготовку к выполнению заданий текущей и промежуточной аттестации.

Показателем владения материалом служит умение без конспекта отвечать на вопросы по темам дисциплины.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к преподавателю.

Возможен промежуточный контроль знаний студентов в виде решения задач в соответствии с тематикой занятий.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

по направлению:	Бизнес-информатика		
профиль подготовки:	Финансовые технологии и аналитика онлайн-образования "Пуск"	▲	▲
	онлайн-образования "Пуск"	▲	▲
курс:	1		
квалификация:	магистр		

Семестр, формы промежуточной аттестации: 1 (осенний) - Экзамен

Разработчики:

Е.А. Савицкая, начальник отдела

О.А. Культепина, методист

1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-17 Способен применять методы системного анализа и моделирования для анализа, совершенствования и проектирования архитектуры предприятия	ПК-17.1 Понимает и использует математические методы для информационно-аналитической поддержки принятия решений
	ПК-17.2 Умеет применить программный инструментарий для изменения архитектуры предприятия

2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Математика для Финтех: комбинаторика, теория вероятности и математическая статистика» обучающийся должен:

знать:

- основные понятия теории вероятностей и математической статистики;
- математические методы анализа;
- фундаментальные понятия, законы, теории комбинаторной геометрии;
- основные свойства соответствующих математических объектов;
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных задач комбинаторики.

уметь:

- применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их адекватного описания и понимания;
- использовать методы статистического анализа для работы с большими данными в последующих дисциплинах;
- самостоятельно находить алгоритмы решения задач;
- точно представить математические знания в области сложных вычислений в устной и письменной форме.

владеть:

- математическим аппаратом для анализа и решения задач;
- навыками решения стандартных задач теории вероятностей и математической статистики;
- основными аналитическими инструментами для анализа вероятностных и статистических задач.

3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

В начале занятия проводится опрос по материалам предыдущего занятия и задачи для совместного решения.

Примеры вопросов:

1. Что называют биномиальными коэффициентами? Как они отличаются от полиномиальных коэффициентов?
2. Приведите формулу включений-исключений с вариантами.
3. Дайте пример ряда чисел Фибоначчи.
4. Назовите виды графов.
5. В чем разница между комбинаторикой и теорией вероятностей?
6. Дайте определение вероятностному пространству.
7. Дайте определение дискретному вероятностному пространству.
8. Перечислите и прокомментируйте простейшие свойства вероятности.
9. Опишите классическую модель вероятностного пространства и дайте примеры.
10. Приведите формулы полной вероятности и формулу Байеса.
11. Что называют случайными величинами?
12. Приведите основные примеры дискретных распределений случайных величин.
13. Объясните независимость случайных величин. Математическое ожидание случайной величины и его основные свойства.

14. Дайте определение дисперсии случайной величины и ковариации двух случайных величин.
15. Что называют непрерывными случайными величинами?
16. Покажите арифметические операции над случайными величинами.
17. Дайте определение математическому ожиданию.
18. Дайте определения понятия и выборки.
19. Что называют доверительными интервалами?
20. Как проводят проверку статистических гипотез?

4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Вероятностное пространство. Аксиомы Колмогорова. Теорема о непрерывности в "нуле" вероятностной меры.
2. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Примеры
3. Независимость событий и систем событий. Пример Бернштейна. Лемма о достаточном условии независимости сигма-алгебр.
4. Случайные величины в дискретных вероятностных пространствах. Независимость случайных величин. Математическое ожидание случайной величины, его основные свойства. Дисперсия, ковариация и их свойства.
5. Случайные элементы, случайные величины и векторы. Достаточное условие измеримости отображения, следствия для случайных величин и векторов. Действия над случайными величинами.
6. Независимость произвольного набора случайных величин. Критерий независимости, теорема о независимости борелевских функций от непересекающихся наборов независимых случайных величин.
7. Математическое ожидание случайной величины (интеграл Лебега по вероятностной мере): определение для простых, неотрицательных и произвольных случайных величин. Проверка корректности определений.
8. Неравенство Колмогорова. Теорема о сходимости почти на верного ряда из случайных величин.
9. Характеристические функции вероятностных мер. функций распределения, случайных величин и векторов. Примеры. Основные свойства характеристических функций случайных величин.
10. Прямое произведение вероятностных пространств. Теорема Фубини (б/д). Совместное распределение конечного набора случайных величин. Свертка распределений.

Примеры экзаменационных билетов:

Билет №1

1. Дискретные вероятностные пространства. Классическое определение вероятности. Примеры.
2. Слабая сходимость и сходимость в основном вероятностных мер. Теорема Александрова (б/д).

Билет №2

1. Неравенство Маркова, Неравенство Чебышева. Закон больших чисел в форме Чебышева. Неравенство Йенсена.
2. Математическое ожидание случайной величины (интеграл Лебега по вероятностной мере): определение для простых, неотрицательных и произвольных случайных величин.

Критерии оценивания

Оценка отлично (10 баллов) - выставляется обучающемуся, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины, проявляющему интерес к данной предметной области, продемонстрировавшему умение уверенно и творчески применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (9 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, свободное и правильное обоснование принятых решений.

Оценка отлично (8 баллов) - выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины и умение уверенно применять их на практике при решении конкретных задач, правильное обоснование принятых решений, с некоторыми недочетами.

Оценка хорошо (7 баллов) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но недостаточно грамотно обосновывает полученные результаты.

Оценка хорошо (6 баллов) - выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности.

Оценка хорошо (5 баллов) - выставляется студенту, если он в основном знает материал, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач достаточно большое количество неточностей.

Оценка удовлетворительно (4 балла) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он освоил основные разделы учебной программы, необходимые для дальнейшего обучения, и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации.

Оценка удовлетворительно (3 балла) - выставляется студенту, показавшему фрагментарный, разрозненный характер знаний, допускающему ошибки в формулировках базовых понятий, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, слабо владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и с трудом применяет полученные знания даже в стандартной ситуации.

Оценка неудовлетворительно (2 балла) - выставляется студенту, который не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных принципов и не умеет использовать полученные знания при решении типовых задач.

Оценка неудовлетворительно (1 балл) - выставляется студенту, который не знает основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубейшие ошибки в формулировках базовых понятий дисциплины и вообще не имеет навыков решения типовых практических задач.

5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

У обучающегося есть не более 60 минут на подготовку к ответу.